

Compte

Chapitre 3 - livret de notes et exercices (enrichi)

On commence à sauver de l'argent le 1^{er} décembre. Le premier jour on dépose 3 cennes dans une bouteille. Chaque jour suivant on dépose 3 fois le montant du jour précédent.



- a) Combien de jours est-ce qu'il prendra pour qu'un jour on met de côté au moins 700 cennes ?

Jour 1 3

Jour 2 $3 \times 3 = 9$

Jour 3 $3 + 3 + 3 = 27$

Jour 4 $3^4 = 81$

Jour 5 $3^5 = 243$

Jour 6 $3^6 = 729$

6 jours.

- b) Combien de fois avons-nous multiplié par 3 pour se rendre à la valeur qui est plus que 700 cennes?

3 fois soi-même 6 fois.

$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

- c) On peut utiliser l'expression 3^2 pour représenter le montant qu'on sauve la deuxième journée. Trouve une expression qui représente le montant qui surpasse 700 cennes.

3^6

- d) Comment pouvons-nous représenter l'expression $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ en forme de puissance?

3^5

- e) À ce moment où on sauve au moins 700 cennes, combien d'argent avons-nous sauvé depuis le début?

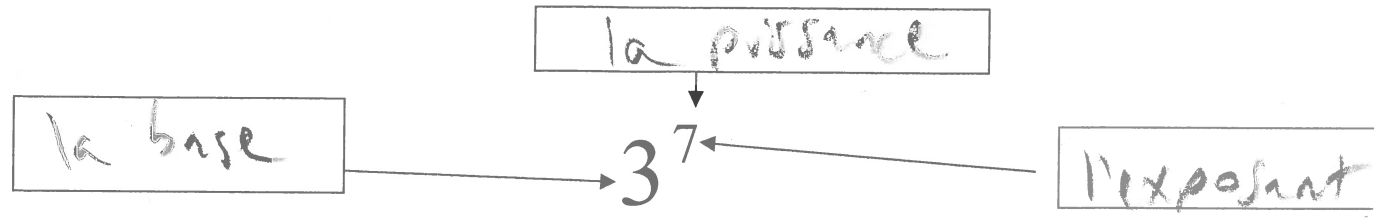
$3 + 9 + 27 + 81 + 243 + 729$

$= 1092 \text{ cennes}$

$= 10,92 \text{ €}$

notes

3.1 p. 93 Les Puissances



(3) est la base; (7) est l'exposant; est la puissance.



Pense d'une puissance comme une multiplication répétée. Par exemple, pense de 2^5 comme 2 multiplié fois soi-même 5 fois, ou $2 * 2 * 2 * 2 * 2$.

$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$ est écrit sous une forme de multiplication répétée (ou notation développée)

3^7 est écrit sous une forme exponentielle.

3.1 exemple 1 p. 93

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$$

Puisque 2 est multiplié par lui-même 4 fois, on sait que l'exposant est 4.
l'exposant est 4.

forme exponentielle (puissance): 2^4
base - 2 exposant - 4 puissance - 2^4 la valeur - 16

↑
le nombre qui est multiplié par lui-même

↑
le montant de fois que le nombre est multiplié

$2^4 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

MCQTS p. 93

$4 \cdot 4 \cdot 4$ puissance - 4^3
évalue (trouve la valeur de) la puissance - 64

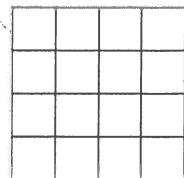
note : On prononce :

- 3^2 « trois au carré »
- 2^3 « deux au cube »
- 2^7 « deux à la sept » ou « deux exposant sept »

3.1 exemple 2 p. 94 Les puissances à base positive

Les Exposants spéciaux :

4^2 peut être représenté avec un carré de 4 unités de longueur

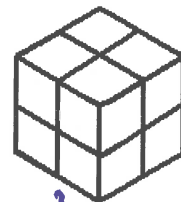


4

l'aire d'un carré = côté² = $4^2 = 16$ *la valeur de 4²*

Compter le nombre de carrés dans le plus grand carré : 16

2^3 peut être représenté par un cube de 2 unités de longueur



la volume d'un cube = côté³ = $2^3 = 8$ *volume de 2³*

Compter le nombre de cubes dans le plus grand cube : 8

3^6 à la calculatrice.. 3^{y^x} ou $^x6 = 729$

MCQTS p. 94 - Évalue (emploie la touche de puissance à ta calculatrice)

a) $6^2 = 36$ b) $3^4 = 81$ c) $5^3 = 125$

Pratiquer le vocabulaire :

1. Compléter pour 5^2

5 est : la base
2 est : l'exposant
 5^2 est : la puissance

2. Compléter pour 2^4

la puissance est : 24
la base est : 2
l'exposant est : 4
la notation développée est : 2-2-2-2
(la multiplication répétée)
la valeur de la puissance est : 16

3. Exprimer ces multiplications répétées i) sous forme de puissance et ii) en déterminer la valeur.

	puissance	valeur
a) $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$	2^5	32
b) $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$	10^6	1 000 000

↑ avec 6 zéros

4. Exprimer ces puissances i) en notation développée (multiplication répétée) et ii) en déterminer la valeur.

a) 4^3 4 · 4 · 4 = 64 *espace*
b) 10^5 10 · 10 · 10 · 10 · 10 = 100 000
c) 6^1 6 = 6

5. Compléter ces tableaux.

Puissance	Base	Exposant	Notation développée	Valeur
4^2	4	2	4 · 4	16
3^4	3	4	3 x 3 x 3 x 3	81
7^1	7	1	7	7

6. Trouver l'exposant inconnu. ~~(emploie la touche $\sqrt[n]{}$ à la calculatrice, au besoin)~~

- a) $6^{\underline{2}} = 36$ b) $5^{\underline{1}} = 5$ c) $2^{\underline{4}} = 16$ d) $7^{\underline{2}} = 49$
 e) $2^{\underline{10}} = 1024$ f) $3^{\underline{4}} = 81$ g) $5^{\underline{3}} = 125$ h) $3^{\underline{3}} = 27$

7. Trouver la base inconnue. *trouver la base de puissance*

- a) $\underline{4}^2 = 16$ b) $\underline{3}^3 = 27$ c) $\underline{2}^3 = 8$ d) $\underline{12}^2 = 144$ $\sqrt{144}$
 e) $\underline{2}^5 = 32$ $\sqrt[5]{32}$ f) $\underline{3}^2 = 9$ g) $\underline{12}^1 = 12$ h) $\underline{1}^5 = 1$ \checkmark

8. Expliquer la différence entre 6×2 , 2×6 , 6^2 et 2^6

6×2 veut dire 2 groupes de 6 (=12). \rightarrow $6 \times 2 = 12$
 2×6 veut dire 6 groupes de 2 (=12.) \leftarrow $2 \times 6 = 12$
 6^2 veut dire 6 fois soi-même 2 fois. ($6 \cdot 6 = 36$).
 2^6 veut dire 2 fois soi-même 6 fois. ($2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$)

Chapitre 3 - glossaire

Attache la toile d'araignée (feuille jaune) à la glossaire parce qu'il va avoir la plupart des termes de unité 3. Écris à la glossaire les mots suivants **qui ne sont pas sur la toile**.

- une puissance 4^3 la forme exponentielle 3^5
 - l'exposant multiplication répétée $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$
 - la base un coefficient 4^3 e-exposant
 - les 6 lois des exposants:
 - multiplier ou diviser des puissances de la même base;
 - élever une puissance / un produit / un quotient à une puissance
 - une puissance à l'exposant 0
- \uparrow
base

À l'orale : pas pour définir.. juste pour écrire dans la glossaire comme ceci :

- 3^5 dit "3 à la cinq" / "3 exposant cinq"
- 3^2 dit "3 au carré" 2^3 dit "2 au cube"

LES EXPOSANTS ET LES PARENTHÈSES – ex. 3 p. 95 3.1

Noter le rôle des parenthèses dans l'utilisation des puissances.

1. $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$

La parenthèse entoure -2, ce qui signifie que :

- **(-2) est répété 4 fois** ; autrement dit 2 est répété 4 fois et le signe – est répété 4 fois ;
- la base est **-2** ;
- la valeur de la puissance est **16**.

2. $-2^4 = (-1) \times 2^4 = (-1) \times [(2) \times (2) \times (2) \times (2)] = -16$

Il n'y a pas de parenthèses dans -2⁴, ce qui signifie que :

- **seulement 2** est **répété 4 fois** ;
- le signe moins n'est répété qu'une seule fois ;
- la base est **2** ;
- la valeur de la puissance est **-16**.

Up minus

- Quand on réécrit la question avec parenthèses, (comme en haut), c'est plus claire de voir que c'est une question avec une puissance qui a une base positive, multiplié après par -1 (comme en exemple 3).

3. $-(2^4) = (-1) \times [(2) \times (2) \times (2) \times (2)] = (-16) = -16$

Ceci est le même exemple que celui de la question 2 à l'exception des parenthèses. Les parenthèses dans cet exemple entourent toute la puissance. Il y a un négatif avant les parenthèses. En suivant la priorité des opérations, opération dans la parenthèse doit être effectuée en premier. Il faut d'abord calculer la puissance :

- **2** doit être **répété 4 fois** ;
- Le signe – n'est répété qu'une seule fois ;
- La base est **2** ;
- En suivant la priorité des opérations, on multiplie par -1 le résultat du parenthèse (Le négatif avant le parenthèse veut dire qu'on multiplie le résultat du parenthèse par -1).
- La valeur de la puissance est **-16**

exemples - les puissances à base négative p. 95

base nég. pair

$$(-2)^4 \quad -2^4 \xrightarrow{\text{les mêmes}} (-2^4) \quad (-2)^3 \xrightarrow{\text{base nég.}} -(-2)^4 \quad \text{PÉDANA'}$$

parenthèses autour tout ne change pas la puissance

Base :

-2 2 2 -2 -2

Nég avant puissance? :

N Y Y N Y

Mult répétée

$(-2)(-2)(-2)(-2)$ $(-1)(2)(2)(2)(2)$ $(-1)(2)(2)(2)(2)$ $(-1)(-2)(-2)(-2)(-2)$ $(-1)(-2)(-2)(-2)(-2)(-2)$

Valeur

16 -16 -16 -8 -16

positive négative

* l'exposant s'applique uniquement à la base qui le précède

$(-4)^2 \rightarrow$ l'exposant s'applique à -4 (le signe négatif est compris.. la base est -4)

$-4^2 \rightarrow$ l'exposant s'applique à 4 uniquement (la base est 4..c'est la même chose que: $-(4^2)$ ou $-(4^2)$ le négatif indique que la valeur de la puissance qui sera négative. Par priorité des opérations, au premier on multiplie le 4 par soi-même deux fois, Ensuite, on prend le négatif de cette réponse.

$(-4)^2 = (-4)(-4) = 16$

$-4^2 = -(4)(4) = -(16) = -16$

*base négative (entre parenthèse) à l'exposant pair \rightarrow réponse positive

$(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

Donc :

$(-2)^4 = 16$

*base négative (parenthèse) à exposant impair \rightarrow réponse négative

$(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

Donc :

$(-2)^5 = -32$

*Si le négatif et la base ne sont pas entre parenthèse, la puissance sera TOUJOURS négative. négatif avant la puissance.

$(n^{\text{importe quoi}})^0 = 1$

$(-2)^0 = 1$	$-2^0 = -1 \leftarrow -(1) = -1$
$(-2)^1 = -2$	$-2^1 = -2$
$(-2)^2 = 4$	$-2^2 = -4$
$(-2)^3 = -8$	$-2^3 = -8$
$(-2)^4 = 16$	$-2^4 = -16$

↑ exposant pair ↑ impaire
↑ nég. avant puissance

calculatrice

Calcule la puissance de la façon normale pour base positive. Ensuite décide le signe de la réponse.

$\overline{-}(-5)^6 \rightarrow$ Signe + ou - ? $\underline{\quad - \quad}$ la valeur $\underline{-15625}$
 $(-4)^3 \rightarrow$ $\underline{\quad - \quad}$ $\underline{-64}$
 base négative

MCQTS p. 95

- a) Quelles sont les ressemblances et les différences entre $(-5)^2$ et -5^2 ?

ressemblances :

l'exposant 2
il y a un -5.

différences :

$(-5)^2$ base -5 \rightarrow valeur 25
 -5^2 base 5 \rightarrow valeur -25
 \rightarrow puissance forte -1.
 (négative avant la puissance)

b) Évalue : $(-6)^2 = \underline{(-6)(-6) = 36}$ et $(-6)^5 = \underline{(-6)(-6)(-6)(-6)(-6) = -7776}$
 pair : +
 impair : -

Pratique les puissances avec bases + et - ; avec ou sans ()

1. Dans les exemples suivants, déterminer ce qui doit être répété lorsqu'on développe la puissance.
 (pense ou écrit la multiplication répétée pour répondre).

ex. $(-2)^3 = ?$ Est-ce que 2 est répété 3 fois ? ☒ OUI ☐ NON $(-2)(-2)(-2)$
 Est-ce que le signe - est répété 3 fois ? ☒ OUI ☐ NON
 Quelle est la base ? $\underline{-2}$

a. $-3^5 = ?$ Est-ce que 3 est répété 5 fois ? ☒ OUI ☐ NON $(-1)(3)(3)(3)(3)(3)$
 Est-ce que le signe - est répété 5 fois ? ☐ OUI ☒ NON
 Quelle est la base ? $\underline{3}$

b. $-(5)^4 = ?$ Est-ce que 5 est répété 4 fois ? ☒ OUI ☐ NON $(-1)(5)(5)(5)(5)$
 Est-ce que le signe - est répété 4 fois ? ☐ OUI ☒ NON
 Quelle est la base ? $\underline{5}$

c. $(-7)^3 = ?$ Est-ce que 7 est répété 3 fois ? ☒ OUI ☐ NON $(-1)(7)(7)(7)$
 Est-ce que le signe - est répété 3 fois ? ☐ OUI ☒ NON
 Quelle est la base ? $\underline{7}$

d. $-(4^3) = ?$ Est-ce que 4 est répété 3 fois ? ☒ OUI ☐ NON $(-1)(4)(4)(4)$
 Est-ce que le signe - est répété 3 fois ? ☐ OUI ☒ NON
 Quelle est la base ? $\underline{4}$

2. Compléter le tableau suivant :

Puissance	Base	Exposant	Notation développée
$(-7)^2$	-7	2	$(-7)(-7)$
$(-5)^3$	-5	3	$-5 \times -5 \times -5$
$-(-5)^2$	-5	2	$(-1) \times (-5) \times (-5)$
$(-3)^5$	3	5	$-(3)(3)(3)(3)(3)$ ou $-1(3)(3)(3)(3)(3)$
$(-4)^3$	-4	3	$(-4)(-4)(-4)$
$-(3)^4$	3	4	$(-1) \times (3) \times (3) \times (3) \times (3)$

ou -3^4 ou (-3^4)

3. Exprimer ces puissances en notation développée et en déterminer la valeur.

a) $3^2 = (3)(3) = 9$

b) $-3^2 = -(3)(3) \text{ ou } (-1)(3)(3) = -9$

c) $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$

d) $(-3)^2 = (-3)(-3) = 9$

4. Soit la puissance a^n dans laquelle a (la base) est un nombre entier et n (l'exposant) est un nombre entier positif. Déterminer le signe de la valeur de la puissance a^n , en utilisant la multiplication répétée, si :

	multiplication répétée	Signe de la valeur
Ex. a (la base) est positive et n (l'exposant) est pair	$a \bullet a \bullet a \bullet a$ (base positive multiplié par soi-même nombre pair fois - ex. $2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 2$)	positif
a) a est positif et n est impair;	$a \cdot a \cdot a$ ex $2 \cdot 2 \cdot 2$	positif
b) a est négatif et n est pair;	$(-a)(-a)$	positif
c) a est négatif et n est impair.	$(-a)(-a)(-a)$	négatif

5. Déterminer le signe (+/-) de : a. 23^{42} + b. $(-15)^{20}$ + c. $(-35)^{17}$ -

d. $(19)^{32}$ + e. $(-51)^{13}$ - f. $(-27)^{20}$ + g. $(-18)^{12}$ - h. -19^{32} -

évaluation la puissance

6. : Évaluez les expressions suivantes.

(La base doit être entourée par une parenthèse pour qu'elle contienne le signe négatif.)

a) $(-3)^3$ b) $(-3)^4$ c) $-(-3)^3$ d) $-(-3)^4$ e) -3^3 f) -3^4

$= -27$ $= 81$ $= -(-27) = 27$ $= -(-81) = 81$ $= -27$ $= -81$

(p. 97 #10, 11, 12, 13)
pratiquer plus

Exemple 2 (p. 103) :Écris les suivantes sous puissance unique, puis évalue-les.

a) $2^6 \div 2^2$

b) $(-5)^9 \div (-5)^6$

méthode 1 : emploie la multiplication répétée pour trouver la puissance unique :

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \boxed{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} \\ \hline 2 \cdot 2 \\ \hline = 2^4 \\ = 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot (-5) \\ \hline \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \cdot \cancel{(-5)} \\ \hline = (-5)^3 \in \text{impair} \\ = -125 \end{array}$$

Que remarques-tu à propos des exposants de la question et la réponse?

subtraction
 $6 - 2 = 4$; $9 - 6 = 3$

Loi des exposants - division:

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \therefore 2^3 \div 2^2 = 2^{3-2} = 2^1$$

(Les puissances doivent avoir la **même base**).

Méthode 2 : emploie la loi des exposants pour trouver la puissance unique :

$$\begin{array}{l} 2^4 \leftarrow 6-2 \quad \text{puissance unique} \rightarrow (-5)^3 \leftarrow 9-6 \\ = 16 \quad \quad \quad \downarrow \text{impair} \quad \quad \quad = -125 \end{array}$$

À essayer (MCQTS ex. 2) (solution p. 13)Évalue chacun de deux manières (multiplication répétée et loi d'exposants)

a) $2^5 \div 2^4$

b) $(-3)^{10} \div (-3)^7$

méthode 1 : emploie la multiplication répétée pour trouver la puissance unique :

$$\begin{array}{r} \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \\ \hline \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \\ \hline = 2^1 \\ = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot (-3) \cdot (-3) \\ \hline \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot \cancel{(-3)} \cdot (-3) \cdot (-3) \\ \hline = (-3)^3 \\ = -27 \end{array}$$

Méthode 2 : emploie la loi des exposants pour trouver la puissance unique :

$$\begin{array}{l} 2^1 \\ = 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (-3)^3 \\ = -27 \end{array}$$

et ensuite la valeur

L'EXPOSANT ZÉRO 3.2 exemple 4 p. 104

Évalue 3^0

détermine la régularité :

Puissance	Valeur
3^4	81
3^3	27 $81 \div 3$
3^2	9 $27 \div 3$
3^1	3 $9 \div 3$
3^0	1 $3 \div 3$

Exemples:

$$(4)^0 = 1 \quad (-4)^0 = 1$$

$$(56257)^0 = 1 \quad \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$$

$$-4^0 = -(1) = -1$$

Essaie :

$$(3)^0 = 1$$

$$5^0 = 1$$

$$(346,2)^0 = 1$$

$$(-5)^0 = 1$$

$$-6^0 = -1$$

$$\rightarrow -(6^0) = -(1)$$

La valeur d'une puissance avec un exposant zéro est toujours égale à 1.

1. Compléter les tableaux suivants :

a.

Puissance	4^5	4^4	4^3	4^2	4^1	4^0
Notation dév.	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$	$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$	$4 \cdot 4 \cdot 4$	$4 \cdot 4$	4	1
Valeur	1024	256	64	16	4	1
		$1024 \div 4$	$256 \div 4$	$64 \div 4$	$16 \div 4$	$4 \div 4$

b. Puissance	5^4	5^3	5^2	5^1	5^0
Notation dév.	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$	$5 \cdot 5 \cdot 5$	$5 \cdot 5$	5	1
Valeur	625	125	25	5	1
		$625 \div 5$	$125 \div 5$	$25 \div 5$	$5 \div 5$

2. Compléter le tableau suivant dans lequel « a » est un nombre entier positif :

Puissance	a^0	$-a^0$	$(a)^0$	$(-a)^0$	$-(a)^0$
Valeur	1	-1	1	1	-1

3. Déterminer la valeur de la puissance.

a. $2^0 = 1$

b. $-(4)^0 = -1$

c. $(12)^0 = 1$

d. $-23^0 = -1$

e. $(-7)^0 = 1$

f. $-12^0 = -1$

g. $-(9)^0 = -1$

h. $(-11)^0 = 1$

i. $-15^0 = -1$

3.2 Les Lois des Exposants p. 99

Complète la table avec l'aide de multiplication répétée. Dans la range finale, emploie la régularité pour trouver la règle (la loi) des exposants en général pour multiplier les puissances.

Expression à être simplifié	Multiplication répétée	résultat final
$2^3 * 2^4$	$(2 * 2 * 2) * (2 * 2 * 2 * 2)$ Remarque qu'il y a sept 2's.	2^7
$3^4 * 3^1$	$(3 * 3 * 3 * 3) * (3)$	3^5
$5^4 * 5^5$	$(5 * 5 * 5 * 5) * (5 * 5 * 5 * 5 * 5)$	5^9
$7^2 * 7^6$	$(7 * 7) * (7 * 7 * 7 * 7 * 7 * 7)$	7^8
$x^m * x^n$		x^{m+n}

2 puissances même base
↑
multipliées

↑
additionne les exposants

Quelle opération fait-on aux deux exposants de l'expression à gauche pour arriver à l'exposant à droite du résultat final ?

addition (addition, soustraction, multiplication, division)

Exemple 1 (p. 101) :

Écris les suivantes sous puissance unique, puis évalue-les.

a) $2^3 \cdot 2^2$

b) $(-3)^2 \cdot (-3)^5$

méthode 1 : emploie la multiplication répétée pour trouver la puissance unique :

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$
 $= 2^5 \leftarrow$ puissance unique
 $= 32 \leftarrow$ la valeur

$(-3)(-3) \cdot (-3)(-3)(-3)(-3)(-3)$
 $= (-3)^7 \leftarrow$ impair
 $= -2187$ (nég)

addition
 $2+3=5$ $2+5=7$

Que remarques-tu à propos les exposants de la question et la réponse?

Loi des exposants - multiplication:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \therefore 2^3 \cdot 2^2 = 2^{3+2} = 2^5$$

(Les puissances doivent avoir la **même base**).

Méthode 2 : emploi la loi des exposants pour trouver la puissance unique :

$2^5 \leftarrow 3+2$
 $= 32$

$(-3)^7 \leftarrow 5+2$
 $= -2187$

À essayer (MCQTS ex. 1) (solution p. 13)

Évalue chacun de deux manières (multiplication répétée et loi d'exposants)

a) $4^3 \times 4^5$

b) $(-5)^2 \cdot (-5)^5$

méthode 1 : emploie la multiplication répétée pour trouver la puissance unique :

$4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$
 $= 4^8$
 $= 65536$

$(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)(-5)$
 $= (-5)^8$
 $= -390625$

Méthode 2 : emploi la loi des exposants pour trouver la puissance unique :

$= 4^8$
 $= 65536$

$= (-5)^8$
 $= -390625$

et ensuite trouve la valeur

Exemple 3a (p. 102-103) :

Écris la suivante sous puissance unique, puis évalue-la.

$$(2^3)^2$$

méthode 1 : emploie la multiplication répétée pour trouver la puissance unique :

$$\begin{aligned} &= (2^3)(2^3) \\ &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \\ &= 2^6 \end{aligned}$$

LOI

$$\begin{aligned} &(2^3)^2 \\ &= 8^2 \leftarrow \text{PEOMAS} \\ &= 64 \end{aligned}$$

multiplie
 $3 \cdot 2 = 6$

Que remarques-tu à propos des exposants de la question et la réponse?

Loi des exposants
- **puissance élevée à une puissance**

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} \therefore (2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$$

Méthode 2 : emploie la loi des exposants pour trouver la puissance unique :

$$\begin{aligned} &2^6 \leftarrow 3 \cdot 2 \\ &= 64 \end{aligned}$$

À essayer (MCQTS ex. 3) (solution p. 13)

Évalue de deux manières : (multiplication répétée et loi d'exposants)

$$[(-3)^4]^3$$

méthode 1 : emploie la multiplication répétée pour trouver la puissance unique :

$$\begin{aligned} &(-3)^4(-3)^4(-3)^4 \\ &= (-3)(-3)(-3)(-3) \cdot (-3)(-3)(-3)(-3) \cdot (-3)(-3)(-3)(-3) \\ &= (-3)^{12} \leftarrow \text{pair} \end{aligned}$$

pos \rightarrow 531 441

Méthode 2 : emploie la loi des exposants pour trouver la puissance unique :

$$\begin{aligned} &(-3)^{12} \leftarrow \text{puissance unique} \\ &= 531\,441 \leftarrow \text{la valeur} \end{aligned}$$

Exemple 3b

(p. 102-103)

Écris-le comme le
produit de 2 puissances,
puis évalue-le.

$$[2 \times (-3)]^4$$

Exemple 3c

Écris-le comme le
quotient de 2 puissances,
puis évalue-le.

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3$$

Méthode 1 : PEDMAS

méthode 1 : la multiplication répétée

$$(-6)^4 = 1296$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 4 \cdot 4} = \frac{27}{64}$$

méthode 2 : la multiplication répétée

$$[(2)(-3)] \cdot [(2)(-3)] \cdot [(2)(-3)] \cdot [(2)(-3)] = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (-3)(-3)(-3)(-3) = 2^4 \cdot (-3)^4 = 16 \cdot 81 = 1296$$

- produit ou quotient élevée à une puissance

$$(a \cdot b)^m = a^m b^m \therefore [(2) \cdot (3)]^4 = (2)^4 \cdot (3)^4$$

et

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}, b \neq 0 \therefore \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{5^3}{6^3}$$

produit de 2 puissances

quotient de 2 puissances

emploi les lois des exposants pour trouver la puissance unique :

$$= 2^4 \cdot (-3)^4 = 16 \cdot 81 = 1296$$

le produit ou quotient de 2 puissances

$$= \frac{3^3}{4^3} = \frac{27}{64}$$

quotient de 2 puissances

À essayer (MCQTS ex. 3) (solution p. 13)

Écris-le comme le produit ou quotient de 2 puissances (emploie la loi des exposants), puis évalue-les.

a) $(5 \cdot 4)^2$

le produit de 2 puissances : $5^2 \cdot 4^2$

$$= 25 \cdot 16$$

la valeur 400

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^5$

le quotient de 2 puissances : $\frac{2^5}{5^5}$

$$= \frac{32}{3125}$$

la valeur (en forme de fraction) :

Exemple 4 (p. 104): exposant 0

Évalue 3^0

(On a vu à la page 8 la régularité pour trouver exposant 0. Maintenant voilà une autres méthode :)

$$\frac{3^4}{3^4} = \frac{81}{81} = 1$$

↑
égal
↓

↑
égal
↓

(un nombre
divisé par lui
même a une
valeur de 1)

Mais aussi....

$$\frac{3^4}{3^4} = 3^{4-4} = 3^0$$

(Quand on a le quotient de deux puissances
de même base, on soustrait les exposants.

Lorsque $\frac{3^4}{3^4} = 1$ et aussi $\frac{3^4}{3^4} = 3^0$, alors $3^0 = 1$.

(loi de division des exposants)

Maintenant.. essaie-le à la calculatrice :



À essayer (MCQTS ex. 4) (solution p. 14)

- a) $(-5)^0 = 1$ b) $-5^0 = -1$ c) $-(5)^0 = -1$ d) $5^0 = 1$

$$(\quad)^0 = 1$$

Solutions : Montre ce que tu Sais

Exemple 1 : Montre ce que tu sais MCQTS

a) $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 65\,536$; $4^{3+5} = 4^8 = 65\,536$

b) $(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = -3\,125$; $(-5)^{2+3} = (-5)^5 = -3\,125$

Exemple 2 : Montre ce que tu sais MTCQS a) $\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{5-4} = 2^1 = 2$

b) $\frac{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}{(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)} = -27$; $(-3)^{10-7} = (-3)^3 = -27$

Exemple 3 : Montre ce que tu sais MCQTS

a) $5^2 \times 4^2 = 400$ b) $\frac{2^5}{5^5} = \frac{32}{3125}$

Exemple 4 : Montre ce que tu sais a) 1 b) -1 c) -1 d) 1

Copie les lois d'exposants ici. Donne un exemple pour chacun. Emploi ce livret p. 12-17 et/ou le manuel p. 101-104 pour l'aide.

Les 6 Lois des exposants

<u>Titre du loi</u>	<u>Loi en variables</u>	<u>Exemple du loi en nombres</u>
Multiplier des puissances (qui ont la même base) ADDITIONNER EXPOSANTS	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$3^7 \cdot 3^2 = 3^9$
Diviser des puissances (qui ont la même base) SOUSTRAIRE EXPOSANTS	$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n}$	$5^8 \div 5^2$ $= \frac{5^8}{5^2} = 5^6$
Élever une puissance à une puissance MULTIPLIER EXPOSANTS	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(3^4)^5 = 3^{20}$
Élever un produit à une puissance DISTRIBUER EXPOSANT À CHAQUE TERME	$(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$	$(5 \cdot 6)^3 = 5^3 \cdot 6^3$
Élever un quotient à une puissance DISTRIBUER EXPOSANT À NUMÉRATEUR ET DÉNOMINATEUR	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{5}{3}\right)^4 = \frac{5^4}{3^4}$
Élever une quantité à la puissance zéro (n'importe quoi) ⁰ = 1	$a^0 = 1 \quad a \neq 0$	$(-10)^0 = 1$

3.2 Les Loix des Exposants – Révision Ensemble

Répond aux suivants avec:

i) Loi des exposants (puissance unique)

a) $3^4 \bullet 3^2$

$= 3^6$
 $= 729$

b) $(-2)^4 \bullet (-2)^3$

$= (-2)^7$
 $= -128$

ii) La Valeur

c) $(-4)^2 \bullet (-4)^4$

$= (-4)^6$
 $= 4096$

d) $3^5 \div 3^3$

$= 3^2$
 $= 9$

e) $(-2)^4 \div (-2)^2$

$= (-2)^2$
 $= 4$

f) $(-3)^3 \div (-3)^2$

$= (-3)^1$
 $= -3$

même
 $\leftarrow (-3)^3 \div (-3)^2$

g) 4^0

$= 1$

h) 3000^0

$= 1$

i) $(\frac{37}{45})^0$

$= 1$

j) $(-54)^0$

$= 1$

k) -4^0

$= -1$

l) $-(6)^0$

$= -1$

m) $(3^2)^3$

$= 3^6$
 $= 729$

n) $[(-4)^2]^3$

$= (-4)^6$
 $= 4096$

o) $[(-2) \bullet (3)]^3$



i) lois des exposants (produit de 2 puissances)

$= (-2)^3 \bullet (3)^3$
 $= -8 \bullet 27$
 $= -216$

ii): PEDMAS

$= (-6)^3$
 $= -216$

p) $(\frac{2}{3})^3$ - lois des exposants (quotient de deux puissances)

$= \frac{-2^3}{3^3} = \frac{-8}{27}$

93
↑
PEDMAS

Les Lois d'exposants

A. Écrivez les expressions suivantes sous la forme d'une puissance unique en employant les lois d'exposant (pas PEDMAS – la priorité des opérations).

1. $(-5)^3 \cdot (-5)^4$

$(-5)^7$

2. $\frac{3^5}{4^5}$

$\frac{3^5}{4^5} = \frac{243}{1024}$

3. $6^4 \div 6^4$

6^0

4. $\frac{2^5}{2^4}$

2^1

5. $[(-4)^3]^2$

$(-4)^6$

6. $\frac{3^5 \cdot 3^4}{3^2} = 3^7$

7. $(7^3 \cdot 7^2)^3 = 7^{15}$

$(7^5)^3$
ou
 $7^9 \cdot 7^6 = 7^{15}$

8. $\left(\frac{4^5 \cdot 4^3}{4^2}\right)^3 = 4^{18}$
 $\left(\frac{4^8}{4^2}\right)^3 = (4^6)^3$

B. $(3 \cdot 4)^2$

1. Évaluez $(3 \cdot 4)^2$ en employant PEDMAS – la priorité des opérations. Indiquez les calculs.

$= 12^2$
 $= 144$

2. Évaluez $(3 \cdot 4)^2$ en employant la loi d'exposants. Montrez le produit de 2 puissances. Indiquez les calculs.

distribue le "2"
 $= 3^2 \cdot 4^2$
 $= 9 \cdot 16$
 $= 144$

3. Évaluez $(3 + 4)^2$. Est-ce qu'il y a 2 méthodes ?

$= 7^2$
 $= 49$

On peut seulement trouver la réponse avec PEDMAS. Il n'y a pas de loi pour trouver la puissance d'une somme.

1. $(-5)^7$ 2. $\left(\frac{3}{4}\right)^5$ 3. 6^0 4. 2^1 5. $(-4)^6$ 6. 3^7 7. 7^{15} 8. 4^{18} B1. $12^2 = 144$

B2. $3^2 \cdot 4^2 = 9 \cdot 16 = 144$ B3. $7^2 = 49$. C'est la seule méthode. Il n'y a pas de loi où on a une puissance d'une somme.

LOI DES EXPOSANTS - Pratiquer

Simplifie sous forme d'une seule puissance en appliquant les lois des exposants.

1. $3 \times 3^7 = 3^8$
2. $5^{10} \div 5^4 = 5^6$
3. $7^3 \times 7^1 = 7^4$
4. $9^3 \times 9^3 = 9^6$
5. $2^{20} \div 2^{18} = 2^2$
6. $4^0 \times 4^2 = 4^2$
7. $6^8 \div 6^8 = 6^0$
8. $8^5 \times 8^4 = 8^9$
9. $7^4 \div 7^1 = 7^3$
10. $4^{15} \div 4^6 = 4^9$
11. $5^4 \div 5 = 5^3$
12. $13^{12} \times 13^4 = 13^{16}$
13. $(9^4)^2 = 9^8$
14. $10^0 \times 10^7 = 10^7$
15. $2^{10} \div 2^3 = 2^7$
16. $(5^4)^3 = 5^{12}$
17. $(4^0)^5 = 4^0$
18. $1^3 \times 1^8 = 1^{11}$
19. $9^5 \div 9 = 9^4$
20. $2^{10} \times 2^3 = 2^{13}$

Simplifie en appliquant les lois des exposants (écrire avec puissance unique) et ensuite évalue (trouve la valeur).

21. $(7^2)^3 = 7^6 = 117\ 649$
22. $4^5 \times 4^6 = 4^{11} = 4\ 194\ 304$
23. $5^3 \times 5^2 = 5^5 = 3\ 125$
24. $\frac{6^5}{6^2} = 6^3 = 216$
25. $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$
26. $\frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}$
27. $\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1^2}{4^2} = \frac{1}{16}$
28. $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$
29. $\frac{4^2}{2} = \frac{16}{2} = 8$
30. $\left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{2^2}{5^2} = \frac{4}{25}$
31. $\left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1^3}{3^3} = \frac{1}{27}$
32. $\left(\frac{2}{8}\right)^2 = \frac{2^2}{8^2} = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$
33. $(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$
34. $(3 \times 2)^3 = 3^3 \times 2^3 = 27 \times 8 = 216$
35. $(2 \times 4)^2 = 2^2 \times 4^2 = 4 \times 16 = 64$
36. $(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3 = 8 \times 125 = 1000$

Trouve l'exposant manquant.

37. $(2^2)^? = 16 \Rightarrow 2^4 \Rightarrow ? = 2$
38. $5^? \times 5^1 = 125 \Rightarrow 5^3 \Rightarrow ? = 2$
39. $3^? \div 3^5 = 27 \Rightarrow 3^3 \Rightarrow ? = 8$
40. $8^? \times 8^2 = 64 \Rightarrow 8^0 \Rightarrow ? = 0$
41. $(7^?)^2 = 1 \Rightarrow 7^0 \Rightarrow ? = 0$
42. $4^8 \div 4^? = 16 \Rightarrow 4^2 \Rightarrow ? = 6$
43. $10^2 \times 10^? = 100\ 000 \Rightarrow 10^5 \Rightarrow ? = 3$
44. $(10^3)^? = 1\ 000\ 000 \Rightarrow 10^6 \Rightarrow ? = 2$
45. $2^? \times 2^3 = 32 \Rightarrow 2^5 \Rightarrow ? = 2$

Simplifie chaque expression. (Écrit en forme d'une seule puissance. Ne trouve pas la valeur.)

46. $2^3 \bullet 2^8 = 2^{11}$
47. $\frac{5^6}{5^4} = 5^2$
48. $2^3 \bullet 3^2 = 2^3 \cdot 3^2$
49. $\frac{x^{20}}{x^{20}} = x^0$
50. $(2^4)^7 = 2^{28}$
51. $(x^2 y)^4 = x^8 y^4$

LOI DES EXPOSANTS - Pratiquer – p. 16 Corrigé

- 1.) 3^8 2.) 5^6 3.) 7^4 4.) 9^6 5.) 2^2 6.) 4^2 7.) 6^0 8.) 8^9 9.) 7^3 10.) 4^9 11.) 5^3
 12.) 13^{16} 13.) 9^8 14.) 10^7 15.) 2^7 16.) 5^{12} 17.) 4^0 18.) 1^{11} 19.) 9^4 20.) 2^{13}
 21.) $7^6 = 117649$ 22.) $4^4 = 16384$ 23.) $5^5 = 3125$ 24.) $6^3 = 216$
 25.) $\left(\frac{2^3}{3^3}\right) = \frac{8}{27}$ 26.) $\frac{9}{5}$ 27.) $\left(\frac{1^2}{4^2}\right) = \frac{1}{16}$ 28.) $\left(\frac{3^3}{2^3}\right) = \frac{27}{8}$ 29.) $\frac{16}{2} = 8$ 30.) $\left(\frac{2^2}{5^2}\right) = \frac{4}{25}$
 31.) $\left(\frac{1^3}{3^3}\right) = \frac{1}{27}$ 32.) $\left(\frac{2^2}{8^2}\right) = \frac{4}{64} = \frac{1}{16}$ 33.) $3^2 \times 4^2 = 144$ 34.) $3^3 \times 2^3 = 216$
 35.) $2^2 \times 4^2 = 64$ 36.) $2^3 \times 5^3 = 1000$ 37.) $(5 \times 6)^2$ 38.) $(2^2)^2 = 16$ 39.) $5^2 \times 5^1 = 125$
 40.) $3^8 \div 3^5 = 27$ 41.) $8^0 \times 8^2 = 6442$ 42.) $(7^0)^2 = 1$ 43.) $4^8 \div 4^6 = 1644$
 44.) $10^2 \times 10^3 = 100\ 000$ 45.) $(10^3)^2 = 1\ 000\ 000$ 46.) $2^2 \times 2^3 = 32$ 47.) 2^{11} 48.) 5^2
 48.) $2^3 \bullet 3^2$ (les bases ne sont pas les mêmes) 49.) x^0 50.) 2^{28} 51.) $x^8 y^4$

3.3 La Priorité des Opérations p. 108

Parenthèses	$(5 + 3)$
Exposants	4^2
Divisions	} à faire de gauche à droite
Multiplications	
Additions	} à faire de gauche à droite
Soustractions	

Ex. 1

a) $3(2)^4$

$= 3(16)$
 $= 48$

b) $-3(-5)^2$

$= -3(25)$
 $= -75$

c) -4^4

$= -1(4^4)$
 $= -1(256)$
 $= -256$

Essaie: MCQTS p. 109

d) $4 \square 3^2$

$= 4 \cdot 9$
 $= 36$

e) $6(-2)^3$

$= 6(-8)$
 $= -48$

f) -7^2

$= -1(7)^2$
 $= -1(49)$
 $= -49$

coefficients:

un nombre qui multiplie une expression

coefficient négatif de -1
 ou
 - (256)
 $= -256$
 négatif avant la puissance.

Ex. 2

Indiquer les calculs verticalement, étape par étape, sous la question. À chaque ligne, écrit tous les parties de l'expression exactement comme la ligne précédant, sauf la partie que tu simplifies.

a) $4^2 - 8 \div 2 + (-3^2)$

E $= 16 - 8 \div 2 + (-9)$

D $= 16 - 4 - 9$

S $= 12 - 9$

$= 3$

b) $-2(-15 - 4^2) + 4(2 + 3)^3$

$= -2(-15 - 16) + 4(5)^3$ P/E

$= -2(-31) + 4(125)$ P/E

$= 62 + 500$ m

$= 562$ A

Essaie: MCQTS p. 110

c) $4^2 + (-4^2)$

$16 + (-1)(16)$

$= 16 - 16$

$= 0$

d) $8(5 + 2)^2 - 12 \div 2^2$

$= 8(7)^2 - 12 \div 4$

$= 8(49) - 3$

$= 392 - 3$

$= 389$

3.3 Pratique: Priorité des Opérations

Solutions : 1) 7 2) 5 3) ~~42~~ 121 4) ~~164~~ 49 5) -96 6) -6 7) -22 8) 164 9) 24 10) 132 11) 7⁷
Simplifie.

$$\begin{aligned} 1) & 4 + 12 \div 2^2 \\ & = 4 + 12 \div 4 \\ & = 4 + 3 \\ & = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) & 60 \div 5 - 35 \div 5 \\ & = 12 - 7 \\ & = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) & (5 + 3 \times 2)^2 \\ & = (5 + 6)^2 \\ & = (11)^2 \\ & = 121 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4) & (5^2 \div 5 \times 3 - 2^3)^2 \\ & = (25 \div 5 \times 3 - 8)^2 \\ & = (5 \times 3 - 8)^2 \\ & = (15 - 8)^2 \\ & = 7^2 \\ & = 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5) & (3 \times 2^3)^2 \div (2^2 - 10) \\ & = (3 \times 8)^2 \div (4 - 10) \\ & = (24)^2 \div (-6) \\ & = 576 \div -6 \\ & = -96 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6) & \frac{-20 + 4^2 \div (-2)^2}{(-2)^2} \\ & = \frac{-20 + 16 \div (-4)}{4} \\ & = \frac{-20 - 4}{4} \\ & = \frac{-24}{4} = -6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7) & 3 + 6(5 - 4^2 + 2) \div 3 - 7 \\ & = 3 + 6(5 - 16 + 2) \div 3 - 7 \\ & = 3 + 6(-9) \div 3 - 7 \\ & = 3 - 54 \div 3 - 7 \\ & = 3 - 18 - 7 \\ & = -22 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 8) & (24 \div 2^3 + (2^2 + 18 \times 10) - 23) \\ & = 24 \div 8 + [(4 + 18 \times 10) - 23] \\ & = 3 + [(4 + 180) - 23] \\ & = 3 + (184 - 23) \\ & = 3 + 161 \\ & = 164 \end{aligned}$$

Analyse les expressions suivantes, trouve l'erreur, corrige le travail et trouve la réponse :

$$9) \frac{3^2 \times 4^2}{2^2 + 2} = \frac{9 \times 16}{4^2} = \frac{144}{16} = 9 \quad 24$$

$$10) \frac{(4^2)^2 + 2^3}{10^2 \div (5^2 \times 2)} = \frac{(16)^2 + 8}{100 \div (25 \times 2)} = \frac{256 + 8}{100 \div 50} = \frac{264}{2} = 132$$

11) Écris comme une puissance de 7 l'expression suivante. Montre ta démarche en utilisant des puissances de 7 dans tes étapes et en utilisant les lois des exposants.

$$\frac{7^2 \times 343 \times 7^4}{49} = 7 \quad \square$$

$$\frac{7^2 \times 7^3 \times 7^4}{7^2} = \frac{7^9}{7^2} = 7^7$$

Priorité des Opérations (PEDMAS)

$$1. \quad 5(3-2) = 5$$

$$3. \quad 3+7 \cdot 2 = 17$$

$$5. \quad 8 \cdot 2 - 3 \cdot 5 = 1$$

$$7. \quad 6+6-12 \div 6 - 4 = 6$$

$$9. \quad 4 \div 2 \cdot 8 + (-2) = 14$$

$$11. \quad (-66) - 18 \div 3 - 5 = -77$$

$$13. \quad \frac{-6-30}{-4} = 9$$

$$15. \quad (-1)^8 \cdot (-1)^7 = -1$$

$$17. \quad [(-60) - (-10)] \div 2 = -25$$

$$19. \quad 90 - 3[2(-3+4) + 6] = 66$$

Plus de Pratique

$$2. \quad 2^2 + 3^2 = 13$$

$$4. \quad (3+1)^2 - (-3) = 16$$

$$6. \quad 2(2+5)^2 = 98$$

$$8. \quad -9 - 3[2(3-1)] = -21$$

$$10. \quad (-3)^2 - (-3)^2 = 0$$

$$12. \quad [-2(5 - (-4))] - 12 \div (-4) = -15$$

$$14. \quad \frac{-42+18}{(-4)(3)} = 2$$

$$16. \quad (-14) \div (-7) + (-9) \div (-3) = 5$$

$$18. \quad (-3)^2 - 8 + 5^2 - (-2)^2 = 22$$

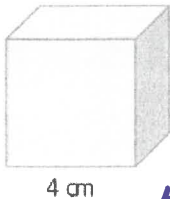
$$20. \quad \frac{12 - (-20) \div 4}{(-36) \div 9} = -\frac{17}{4}$$

(1)5(2)13(3)17(4)19(5)1(6)98(7)6(8)-21(9)14(10)0(11)-77(12)-15(13)9(14)2(15)-1(16)5(17)-25(18)22(19)66(20) - $\frac{17}{4}$

3.4 La Résolution de Problèmes p. 114

ex. 1 - utiliser les formules

a) Quelle est la volume d'un cube de 4cm de côté?



Volume = arête de la base fois hauteur
la base → carré
hauteur → c
 $V = c^2 \cdot c$
 $V = c^3$

$$V = c^3$$

$$= 4^3$$

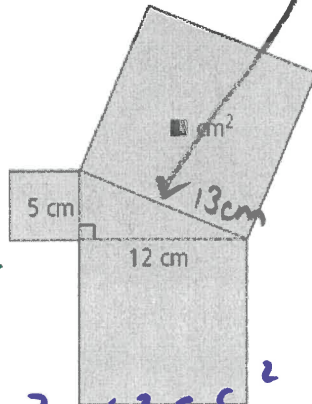
$$= 64 \text{ cm}^3$$

La volume est 64 cm³

Volume du cube

la base → un carré
 $A = c^2$
hauteur = c
 $V = c^2 \cdot c$
 $V = c^3$

b) Trouve l'aire du carré attaché à l'hypoténuse de cette figure.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$5^2 + 12^2 = h^2$$

$$25 + 144 = h^2$$

$$\sqrt{169} = \sqrt{h^2}$$

$$13 = h$$

$$h = 13 \text{ cm}$$

aussi côté du carré

$$A = c^2$$

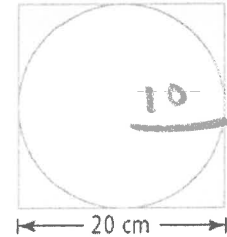
$$= 13^2$$

$$= 169 \text{ cm}^2$$

aire du carré

$$A = c^2$$

c) Un cercle est inscrit dans un carré dont chaque côté mesure 20 cm. Quelle est l'aire de la partie grise? Arrondi la réponse à 100^e près.



côté = 20 cm
diamètre = 20 cm
rayon = 10 cm

$$\text{aire grise} = A_{\text{carré}} - A_{\text{cercle}}$$

$$= c^2 - \pi r^2$$

$$= 20^2 - \pi (10)^2$$

$$= 400 - 100\pi$$

$$= 85,8407 \dots$$

$$\approx 85,84 \text{ cm}^2$$

aire

- i Écrire la formule
- ii Substituer les nombres dans la formule
- iii Calculer la réponse
- iv Écrire une phrase

Exemple 2 Croissance Exponentielle

Ex1 : La population de souris double à chaque année dans un champ près de Steinbach.

Il y a 2000
souris le 1^{er}
ans.

a) Dessine un tableau qui représente la population dans les premières 4 années.

Nombre d'années	0	1	2	3	4
Population	1000	2000	4000	8000	16000

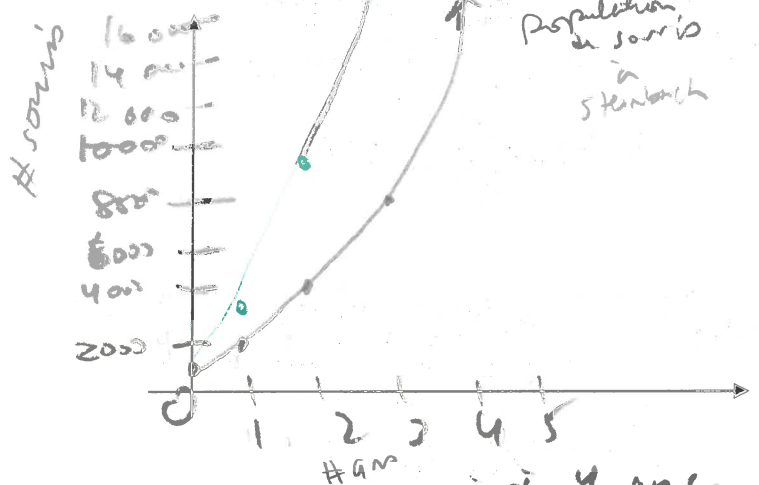
impe

3000

9000

27000

b) Dessine un graphique qui représente la population dans les premières 4 années.



Un courbe
(pas une droite)

c) Exprime la population comme un produit de 1000 et une puissance de 2.

$$1000 (16) = 1000 (2^4)$$

d) Comment pourrait-on déterminer la population de souris dans 10 ans sans utiliser le tableau?

$$1000 (2^{10}) = 1024000$$

Emploi 10 pour l'exposant.

e) Comment est-ce que le graphique serait différent si le nombre de souris triplerait au lieu de doubler?

bad 2.

graphique monte beaucoup plus vite
nombre à l'axe y plus élevés
les nombres à l'exposant.

1) qu'est-ce que les nombres représentent?

Contient → 1000 → nombre au début

base → 2 → double

exposant → 4 → # d'années

Ex. 2 Croissance Exponentielle. Élaborer (créer) une formule. Stratégie : utiliser une variable.

Une boîte de Pétri contient **100 bactéries**. La population des **bactéries double chaque heure**. Combien de bactéries y aurait-il après les nombres d'heures suivants?

a) 1 200 b) 5 3200 c) n $2^n(100)$ d) 25 $2^{25}(100)$

Écrit le # de bactérie dans une expression où tous les puissances ont la même base et peut être il y a un coefficient ↓

j'ai pu écrire une base de 2

# heures	# bactérie	# bactérie forme exponentielle
0 (au début)	100 $1(100)$	$2^0(100)$
1	200 $2(100)$	$2^1(100)$
2	400 $4(100)$	$2^2(100)$
3	800 $8(100)$	$2^3(100)$
4	1600 $16(100)$	$2^4(100)$
5	3200 $32(100)$	$2^5(100)$
n		$2^n(100)$ n = # heures

Peux-tu voir une régularité avec les exposants/puissances ? Si tu peux créer une formule, tu peux trouver le nombre de bactérie à un grand nombre d'heures avec cette formule (au lieu de continuer la table).

$100(2^5) = 3200$
Coefficient 100 # multiplier
base 2 → double
exposant 5 → # heures

grand nombre
groupe de 2
doublement
virgule

Exemple : Emploi une formule inconnue avec valeurs données

La formule pour l'intérêt simple est : $I = C \cdot t \cdot n$

Dans la formule, I représente l'intérêt simple, C représente le capital placé (\$); t représente le taux d'intérêt (point décimal); n représente la durée du prêt, en années. Calcule l'intérêt simple rapporté si un capital de 2000 \$ est placé à taux d'intérêt 5 % (0,05) pendant 2 années (la durée). (Suis les étapes comme toujours : écrit la formule ; substitue les valeurs ; simplifie ; phrase avec unités)

$$I = C t n$$

$$= (2000)(0,05)(2)$$

$$I = 200\$$$

L'intérêt simple est 200\$.

Exemples à essayer Montre ce que tu Sais p. 116, 117

P. 116 MCQTS a) – l'aire du carré attaché à l'hypoténuse d'un triangle rectangle qui a cathètes 8cm et 15 cm (réponse 289 cm^2)

p. 116 MCQTS b) question – cube – côtés 3m (réponse 54 m^3)

p. 117 MCQTS - population de bactérie qui triple chaque heure. 50 bactéries au départ. Combien y aurait-il après : a) 3h b) 5h c) t heures réponse : a) 1 350 b) 12 150 c) 50

Pratique: Croissance Exponentielle:

Trouve la régularité pour trouver la forme exponentielle et ensuite la solution.

Un certain type de bactérie double sa population toutes les 30 minutes.

S'il y a 1000 bactéries au départ, combien y aurait-il après 10 heures?

$$1000(2^{20}) = 1\,048\,576$$

Remplis la table avec assez d'information de trouver une régularité (à 3h). Ensuite, écris la solution en forme exponentielle. Écris en forme exponentielle avec n comme exposant.

Emploie la forme exponentielle de trouver la valeur de la solution à 10h.

# de minutes	# d'heures	#de bactérie	#de bactérie en forme exponentielle
0 (au début)	0	1000	$1(1000) = 2^0(1000)$
30		2000	$2(1000) = 2^1(1000)$
60	1	4000	$4(1000) = 2^2(1000)$ $1 \times 2 = 2$
90		8000	$8(1000) = 2^3(1000)$
120	2	16000	$16(1000) = 2^4(1000)$ $2 \times 2 = 4$
150		32000	$32(1000) = 2^5(1000)$
180	3	64000	$64(1000) = 2^6(1000)$ $3 \times 2 = 6$
	n		$2^{2n}(1000)$ $n = \# \text{heures}$
	10	1 048 576 000	$2^{10 \times 2}(1000) = 2^{20}(1000)$

régularité? (# heures)(2) = exposant

Solution (en forme de phrase): Il y aurait $2^{20}(1000)$
ou 1 048 576 000 bactéries à 10h.

Pratique: Emploie une formule inconnue.

(134 cm³)

La formule pour calculer le volume d'un cône est $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$, où r est le rayon du base du

cône et h est la hauteur du centre de la base et le sommet du cône. Le volume est calculé en unités³. Si la hauteur d'un cône est 8 cm, et le rayon du cône est 4cm, trouve le volume du cône, arrondi à l'unité près. Indique tous les calculs.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} (\pi) (4)^2 (8) \\ &= \frac{1 \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 8}{3} \\ &= 134,0412866... \end{aligned}$$

$$V \approx 134 \text{ cm}^3$$

Le volume est 134 cm³.

$$\pi \times 4^2 \times 8 = \div 3 =$$

Les exposants

Fais $0,025 + 6700$
ou fais $1,025$

Ex1 : La population de Steinbach est dit d'augmenter en moyenne par $2,5\%$ par année depuis 1980 quand la population était 6700.

a) Trouve la population après les années suivantes :

1 ans	2 ans	3 ans	4 ans
$6700 (1,025)$ $= 6867,5$ ≈ 6868	$6867,5 (1,025)$ $= 7039,1875$ ≈ 7040	$7039,1875 (1,025)$ $= 7215,1671875$ ≈ 7215	$7215,1671875 (1,025)$ $= 7395,546362$ ≈ 7396
	ou $(6700)(1,025)(1,025)$	ou $(6700)(1,025)^3$	ou $(6700)(1,025)^4$

b) Trouve une équation qui représente la situation créée par nos valeurs si P est la population et t est le montant d'années.

$$P = 6700 (1,025)^t$$

c) Dans la formule, explique la signification de chaque valeur numérique.

6700 coefficient population initiale
 $1,025$ $2,5\%$ de la population
 additionné à la population

t # années

d) Explique pourquoi ceci est considéré une croissance exponentielle et pas une croissance linéaire?

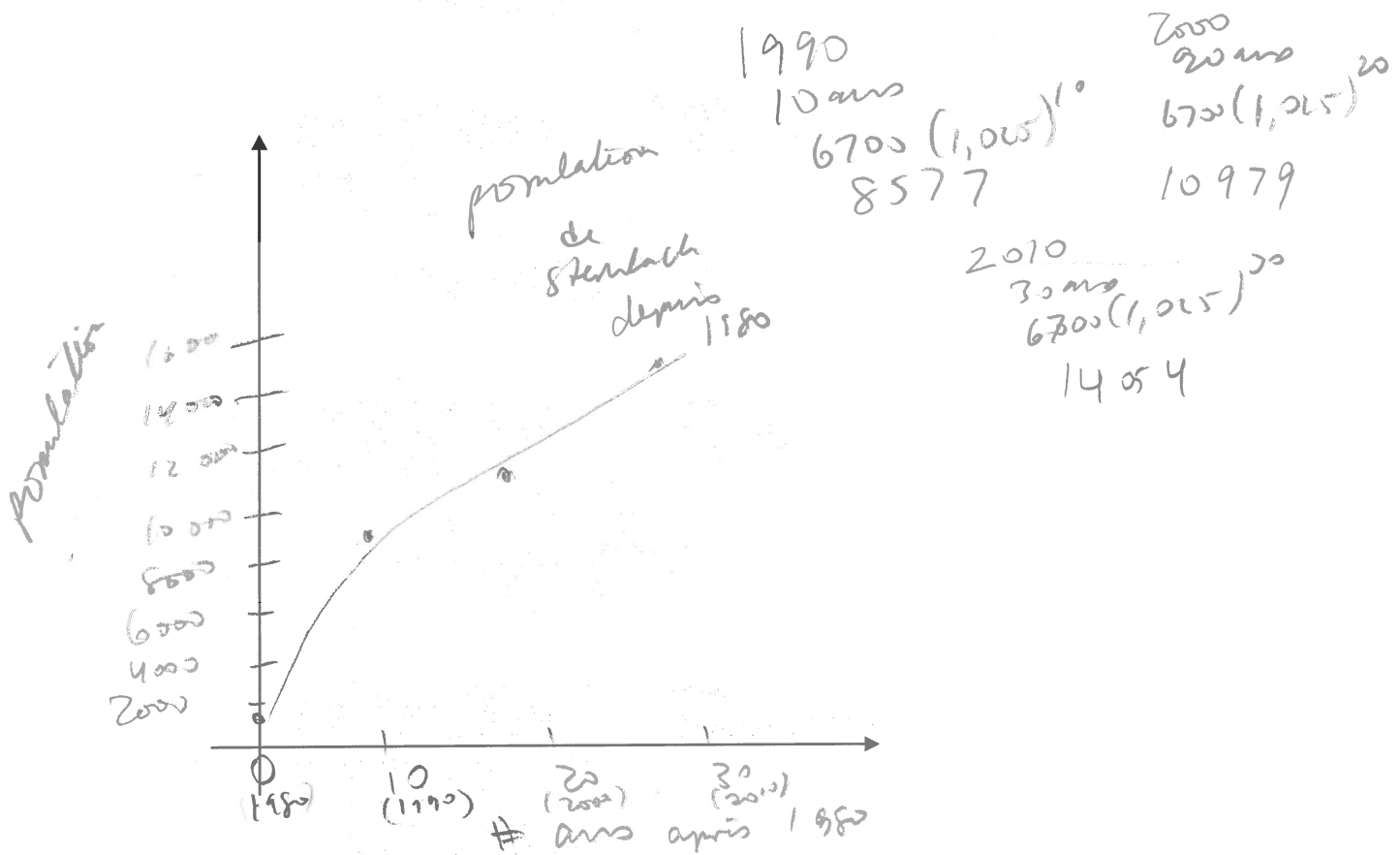
graphique - courbe (pas une droite)
 fais une puissance
 linéaire \rightarrow même différence

x	y
0	0
1	2
2	4
3	6

différence
 toujours 2 -

$y = 2x$ \leftarrow pas de puissance

- e) Si la population était 6700 en 1980, trouve une estimation de la population en 1990, 2000, 2010. Place ces valeurs sur un graphique et trace la courbe créée par nos valeurs. Fait certain d'étiqueter les axes et de choisir une bonne échelle.



- f) Si, en moyenne, la population augmente par 3% par année, par combien est-ce que la population serait plus grande en 2010? Montre les calculs.

$$6700(1,03)^{30}$$

$$16263$$

$$16263 - 14054 = 2209$$

- g) La population du Canada est maintenant 36 000 000 et on estime que la population grandit exponentiellement à un taux de 1,2% par année. Trouve la population estimée en 2050 quand vous aurez 50 ans. Montre les calculs.

$$36\,000\,000$$

$$36\,000\,000(1,012)^{50}$$

$$73\,435\,941$$

$$2017 + 36 = 2053$$

$$14 + 36 = 50 \text{ ans}$$

Travail Exposants

1. Le volume d'un cube avec une longueur de 3cm pour chaque côté est 27cm^3 . Écris une expression qui représente ce volume en forme d'une multiplication et en forme exponentielle. Aussi, fait un dessin qui représente ce cube.



$$V = 3 \cdot 3 \cdot 3 \\ = 3^3$$

2. Dans un compte pour enfants, une fourmi nommée Alain double sa grandeur à la fin de chaque semaine. Au début il mesurait 1cm.

a) Créez un tableau qui démontre sa grandeur pour les premières 10 semaines.

# semaines	grandeur	forme exp.
0	1	2^0
1	2	2^1
2	4	2^2
3	8	2^3
4	16	2^4
5	32	2^5
6	64	2^6
7	128	2^7
8	256	2^8
9	512	2^9
10	1024	2^{10}

- b) Trouve une expression exponentielle qui démontre sa grandeur 5 semaines après le début du compte.

$$2^5$$

- c) Après combien de semaines est-ce qu'Alain est au moins 50 cm en grandeur?

$$6$$

3. Une simple bactérie triple chaque heure. Combien de cette bactérie y aura-t-il après 15 heures?

$$3^{15}$$

4. Exprime 144 dans trois différentes façons en forme exponentielle.

$$12 \times 12 = 12^2$$

$$4^2 \times 3^2$$

$$2 \times 2 \times 3 + 2 \times 2 \times 3$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$2^4 \times 3^2$$

5. Est-ce que $(-5)^4 = -5^4$? Explique ton raisonnement. *non.*

$(-5)(-5)(-5)(-5) = 625$ $-(5)(5)(5)(5) = -625$
base nég & exp pair → pos *coefficients nég / multipliés par puissance pos*

6. Exprime « 16 » avec une base :

a) positive

$(4)^2$

b) négative

$(-4)^2$

Ensuite, exprime « 16 » utilisant une différente base que vous avez utilisée dans a et b.

c) positive

$(2)^4$

d) négative

$(-2)^4$

7. Évaluez les expressions suivantes :

a) $-(-3)^3 - 2^2$

$-(-27) - 4$
 $= 27 - 4$
 $= 23$

b) $(-1)^4 + (-3)^2$

$1 + 9$
 $= 10$

c) $(-2)^5 - (-7)^2$

$-32 - 49$
 $= -71$

d) $-(-5)^2 - (-2)^3$

$-(25) - (-8)$
 $= -25 + 8 = -17$

e) $-4^2 + (-2)^4$

$-16 + 16$
 $= 0$

f) $-(6)^2 - (8)^2$

$-36 - 64$
 $= -100$

8. Écrit l'expression suivante sous la forme d'un produit de deux puissances. Évaluez.

$[(-5) \times 3^2]^3$

$= (-5)^3 \times (3^2)^3$
 $= -125 \times 3^6$
 $= -125 \times 729$

$= -91125$

9. Explique (en mots!) chaque étape dans l'évaluation de l'expression suivante :

$(7 - 4)^3 + (-2)^3$

① simplifie la 1^{re} parenthèse. $7 - 4 = 3$.

② simplifie les puissances. $3^3 + (-2)^3 = 27 - 8$

③ soustrait. $27 - 8 = 19$.

10. Identifie la mauvaise étape dans la solution suivante. Ensuite, corrige la faute pour trouver la bonne réponse.

$$(3+5)^2 - 4 \times 3^2$$

Étape 1	$= 8^2 - 4 \times 3^2$	
Étape 2	$= 64 - 4 \times 3^2$	
Étape 3	$= 64 - 12^2 \rightarrow 64 - 4 \times 9$	(exposant avant de multiplier)
Étape 4	$= 64 - 144$	$= 64 - 36$
Étape 5	$= -80$	$= 28$

11. Identifie la mauvaise étape dans la solution suivante. Ensuite, corrige la faute pour trouver la bonne réponse.

$$3^3 - 7 \times (-2)^2$$

Étape 1	$= 27 - 7 \times 4$	
Étape 2	$= 20 \times 4 \rightarrow 27 - 28$	(mult avant de soustraire)
Étape 3	$= 80$	$= -1$

12. On peut exprimer l'expression $5+5+5$ utilisant l'expression $3(5)$. Utilise se raisonnement pour écrire une expression qui représente la suivante. Évaluez votre nouvelle expression.

$$4^2 + 4^2 + 4^2$$

$$= 3(4^2)$$

$$= 3(16) = 48$$

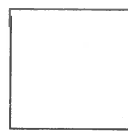
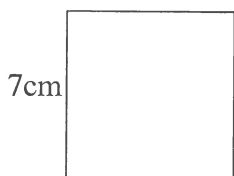
13. Évaluez. Montrez les étapes que vous avez faites!!

a) $8 - 4(3^2)$	b) $(-3-6)^2 + (-1)^4$	c) $(-2)^6 \div 4^3$	d) $24 - 2^2 \times (7^2 - 5^2)$
$8 - 4(9)$	$(-9)^2 + 1$	$64 \div 64$	$24 - 4 \times (49 - 25)$
$= 8 - 36$	$= 81 + 1$	$= 1$	$= 24 - 4(24)$
$= -28$	$= 82$		$= 24 - 96$
			$= -72$

14. Pour chaque pair d'expressions, laquelle a la plus grande valeur? Par combien?

a) $3(5)^2$ et $5(3)^2$	b) $(3 \times 4)^2$ et $3^2 \times 4^2$	c) $6^3 + 6^3$ et $(6+6)^3$
$3(25)$ et $5(9)$	12^2 et 9×16	$216 + 216$ et $(12)^3$
75 et 45	$144 < 324$	$432 < 1728$
$3(5)^2 > 5(3)^2$	plus grand par 180	plus grand par 1296
plus grand par 30.		

15. Écris une expression avec des puissances qui exprime la différence entre l'aire des carrés suivants. Trouve la différence.



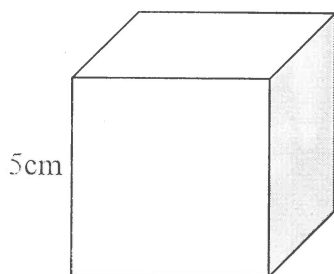
4cm

$$7^2 - 4^2$$

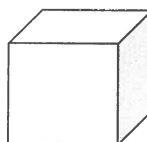
$$= 49 - 16$$

$$= 33 \text{ cm}^2$$

16. Écris une expression avec des puissances qui exprime la différence entre le volume des cubes suivants. Trouve la différence.



5cm



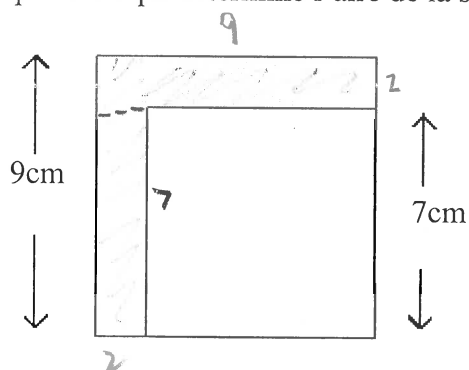
3cm

$$5^3 - 3^3$$

$$= 125 - 9$$

$$= 116 \text{ cm}^3$$

17. Trouve une expression qui détermine l'aire de la surface ombragée.



$$9(2) + 7(2)$$

$$= 18 + 14$$

$$= 32 \text{ cm}^2$$

$$9^2 - 7^2$$

$$= 81 - 49$$

$$= 32 \text{ cm}^2$$

18. Lequel est plus grand dans les 2 options suivantes? Montrez votre travail.

i. L'aire d'un carré qui a une longueur d'un côté de 14cm.

$$14^2 = 196 \text{ cm}^2$$

ii. L'aire d'un cube avec un côté de longueur de 6cm.

$$6^3 = 216 \text{ cm}^3$$

L'aire du cube est plus grand

Exposants négatifs

Évaluez l'expression suivante utilisant 2 différentes méthodes :

$$\frac{2^2}{2^5}$$

Développée (Multiplication Répétée)

$$\frac{2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$$

Loi des exposants

$$\frac{1}{2^{5-2}} = \frac{1}{2^3}$$

- Loi des exposants négatifs

$$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$$

ou

$$x^n = \frac{1}{x^{-n}}$$

Ex1 : Évaluez les expressions suivantes :

a) $(3)^{-2}$
 $= \left(\frac{1}{3}\right)^2$
 $= \frac{1}{9}$

b) $(2)^{-4}$
 $= \frac{1}{(2)^4}$
 $= \frac{1}{16}$

c) $-(-3)^{-3}$
 $= -\left(\frac{1}{(-3)^3}\right)$
 $= -\left(\frac{1}{-27}\right)$
 $= -\left(-\frac{1}{27}\right) = \left(\frac{1}{27}\right)$

Ex 2 : Utilisez la loi des exposants pour évaluer les expressions suivantes :

a) $(-4)^{-1}$
 $= \frac{1}{(-4)^1}$
 $= \frac{1}{-4} = -\frac{1}{4}$

b) $\frac{3^{-4}}{3^{-2}}$
 $= \frac{3^2}{3^4}$
 $= \frac{1}{3^{4-2}} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

c) $(-5)^{-5} \cdot (-5)^2$
 $= (-5)^{-10}$
 $= \frac{1}{(-5)^{10}} = \frac{1}{9765625}$

- Changer la base pour simplifier à une puissance simple

On peut changer des chiffres qui sont des carrés parfaits, cubes parfaits, etc... à des différentes bases.

ex : $4 = 2^2$, $9 = 3^2$, $8 = 2^3$, etc...

Ex 1 : Simplifie à une puissance simple et évalue l'expression suivante :

$4^3 \cdot 2^{-3}$
 $= (2^2)^3 \cdot 2^{-3}$
 $= 2^6 \cdot 2^{-3}$
 $= 2^3 = 8$

b) $27^{-2} \cdot 3^3$
 $= (3^3)^{-2} \cdot 3^3$
 $= 3^{-6} \cdot 3^3$
 $= 3^{-6+3} = 3^{-3}$
 $= \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

Travail (Exposants négatifs et différentes bases)

1. Évaluez les expressions suivantes :

a) $4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$ b) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$ c) $2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$

2. Évaluez les expressions suivantes :

a) $-3^{-3} = \frac{1}{-3^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}$ b) $-3^{-4} = \frac{1}{-3^4} = \frac{1}{-81} = -\frac{1}{81}$ c) $-6^{-2} = \frac{1}{-6^2} = \frac{1}{-36} = -\frac{1}{36}$

3. Évaluez les expressions suivantes :

a) $(-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$ b) $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$ c) $(-4)^{-3} = \frac{1}{(-4)^3} = \frac{1}{-64} = -\frac{1}{64}$

4. Évaluez les expressions suivantes :

a) $-(-2)^{-3} = -\left(\frac{1}{(-2)^3}\right) = -\left(\frac{1}{-8}\right) = \frac{1}{8}$ b) $-(-3)^{-1} = -\left(\frac{1}{(-3)^1}\right) = -\left(\frac{1}{-3}\right) = \frac{1}{3}$ c) $-(-4)^{-2} = -\left(\frac{1}{(-4)^2}\right) = -\frac{1}{16}$

5. Évaluez les expressions suivantes :

a) $\frac{1}{2^{-1}} = 2^1 = 2$ b) $\frac{1}{3^{-2}} = 3^2 = 9$ c) $\frac{1}{5^{-2}} = 5^2 = 25$ d) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 8$

e) $\frac{-1}{2^{-1}} = -1(2^1) = -2$ f) $\frac{-1}{3^{-2}} = -1(3^2) = -9$ g) $\frac{-1}{5^{-2}} = -1(5^2) = -25$ h) $\frac{-1}{2^{-3}} = -1(2^3) = -8$

6. Évaluez les expressions suivantes :

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$ b) $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ d) $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$

7. Évaluez les expressions suivantes :

a) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$ b) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$ c) $\left(\frac{3}{4}\right)^1 = \frac{3}{4}$ d) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$

e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^1 = \frac{4}{3}$ f) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$ g) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$

8. Simplifie et donne la réponse avec des exposants positifs

a) $(7^5 \cdot 7^3)^2 = (7^8)^2 = 7^{16}$ b) $(2^3)^{-2} = 2^{-6} = \frac{1}{2^6}$ c) $[(-4)^3]^{-2} = (-4)^{-6} = \frac{1}{(-4)^6}$ d) $(3^2 \cdot 3^6)^2 = (3^8)^2 = 3^{16}$
 e) $(2^3 \cdot 2^{-4})^2 = (2^{-1})^2 = 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$ f) $(3^{-5})^{-2} = 3^{10}$ g) $(2^0)^2 = 2^0 = 1$ h) $(4^3 \cdot 4^{-1})^3 = (4^2)^3 = 4^6 = \frac{1}{4^6}$

9. Simplifie et donne la réponse avec des exposants positifs

a) $(3^8 \div 3^4)^2 = (3^4)^2 = 3^8$ b) $(7^6 \div 7^7)^{-2} = (7^{-1})^{-2} = 7^2$ c) $(2^3 \div 2^{-6})^3 = (2^9)^3 = 2^{27} = \frac{1}{2^{27}}$ d) $(2^6 \div 2^9)^{-3} = (2^{-3})^{-3} = 2^9$

10. Simplifie utilisant la loi des exposants et ensuite évaluez les expressions:

a) $(10^3) \cdot 10^{-2} = 10^1 = 10$ b) $(2^{-6})(2^2) = 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ c) $(-7)^{-2}(-7)^{-1} = (-7)^{-3} = \frac{1}{(-7)^3} = -\frac{1}{343}$ d) $(5^{-1})(5^2) = 5^1 = 5$
 e) $(3^2)(3^{-3}) = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ f) $\frac{2^{-1}}{2^3} = \frac{1}{2^{3-(-1)}} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ g) $\frac{(-3)^{-4}}{(-3)^{-2}} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$ h) $(10^{-2}) \div (10^2) = 10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000}$
 i) $3^3 \cdot 3^2 \cdot 3^{-1} = 3^4 = 81$ j) $\frac{2^5}{2^{-1}} \cdot \frac{2^{-3}}{2^2} = \frac{2^2}{2^1} = 2$ k) $\frac{5^2}{5^0} \cdot \frac{5^{-1}}{5^3} = \frac{5^1}{5^3} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
 m) $\frac{8^5 \cdot 8^{-11}}{8^{-3}} = \frac{8^{-6}}{8^{-3}} = 8^{-3} = \frac{1}{512}$ n) $\frac{3^{-3}}{3^5 \cdot 3^{-2}} = \frac{3^{-3}}{3^3} = \frac{1}{729}$ o) $\frac{(-2)^9 \cdot (-2)^{-6}}{(-2)^2} = \frac{(-2)^3}{(-2)^2} = (-2)^1 = -2$

11. Simplifie utilisant la loi des exposants et ensuite évaluez les expressions:

(Attention : Pour complètement simplifier tu peux changer la base!)

a) $\frac{4^5 \cdot 2^6 \cdot 2^{-4}}{4^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{(2^2)^5 \cdot 2^2}{(2^2)^2 \cdot 2^{-1}} = \frac{2^{10} \cdot 2^2}{2^4 \cdot 2^{-1}} = \frac{2^{12}}{2^3} = 2^9 = 512$
 b) $\frac{3^7 \cdot 9^{-2} \cdot 9^3}{3^3 \cdot 9^2 \cdot 9^0} = \frac{3^7 \cdot 9^1}{3^3 \cdot 9^2} = 3^4 \cdot 9^{-1} = 3^4 \cdot (3^2)^{-1} = 3^4 \cdot 3^{-2} = 3^2 = 9$
 c) $\frac{4^1 \cdot 2^{-2}}{4^{-2} \cdot 2^2} = 4^{1-(-2)} \cdot 2^{-2-2} = 4^3 \cdot 2^{-4} = (2^2)^3 \cdot 2^{-4} = 2^6 \cdot 2^{-4} = 2^2 = 4$

Notation scientifique

Les nombres dans le domaine des sciences sont très gros ou très petit.

Par exemple : le diamètre d'un atome est $0,0000000000000001$ m

Ce n'est pas pratique d'utiliser cette notation car il y a beaucoup trop de zéros.

Ce même chiffre peut être écrit : 1×10^{-15}

La vitesse de la lumière est : $1\,079\,252\,850$ km/h

Ceci est un chiffre qui est trop gros pour la calculatrice donc on peut écrire:

$$1,079\,252\,850 \times 10^9$$

Convertis les chiffres suivants en notation normale :

a) $3,2 \times 10^{-3}$

$$0,0032$$

b) $6,21 \times 10^4$

$$= 62100$$

$$= 62\,100$$

Convertis les chiffres suivants en notation scientifique :

a) $134\,500\,000$

$$= 1,345 \times 10^8$$

b) $0,072$

$$= 7,2 \times 10^{-2}$$

Complète la multiplication suivante :

$$(5 \times 10^{-3}) \times (7 \times 10^5)$$

$$(5)(7) \times (10^{-3})(10^5)$$

$$= 35 \times 10^{-3+5}$$

$$= 35 \times 10^2$$

La Notation Scientifique

Définition

La **notation scientifique**, (ou l'écriture scientifique) dérivée de la notation exponentielle, permet de simplifier l'écriture d'un nombre très grand ou très petit.

La notation scientifique permet de représenter des nombres très petits ou très grands sans avoir à écrire tous les chiffres. Cette écriture des nombres est très utilisée dans des sciences comme l'astronomie ou la chimie.

Cette écriture permet d'avoir facilement une idée de l'ordre de grandeur d'un nombre sans avoir à écrire ou à compter tous ses zéros.

Ecriture scientifique d'un nombre

Elle se présente sous la forme $a \times 10^n$ où :

- **a** (la mantisse) se situe entre 1 et 9 ou entre -9 et -1.
- **n** est un nombre entier positif ou négatif, différent de 0.

L'écriture scientifique d'un nombre se compose d'un nombre entier ou décimal suivi du symbole \times et d'une puissance de 10.

Important

Lorsqu'il s'agit d'un très grand nombre, l'exposant sera toujours positif.
S'il s'agit plutôt d'un très petit nombre, l'exposant sera toujours négatif.

Exemples

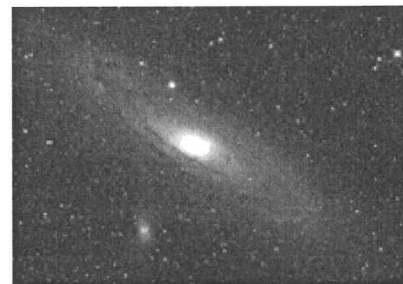
$$32\,000\,000 = 3,2 \times 10^7$$

$$0,000\,000\,005 = 5 \times 10^{-9}$$

$$28,76 = 2,876 \times 10^1$$

Entraînement (assez facile): essaie d'écrire le nombre 0,06 en écriture scientifique! 6×10^{-2}

↑
négatif
(nombre petit)



La galaxie d'Andromède pèse environ 6×10^{41} kg

grand nombre (exposant positif)

petit nombre (exposant négatif)

De notation décimale vers notation scientifique

Exemple 1:
 $3245,28 = 3,24528 \times 10^3$

L'exposant représente le nombre de positions entre la « nouvelle » et « l'ancienne » virgules

L'exposant est **positif** parce que le nombre au départ est ≥ 10

Ancienne position de la virgule

Nouvelle position de la virgule

La mantisse doit être entre 1 et 10

De notation décimale vers notation scientifique

Exemple 2:
 $0,000\,023 = 2,3 \times 10^{-5}$

L'exposant est **négatif** parce que le nombre au départ est entre 0 et 1

Ancienne position de la virgule

Nouvelle position de la virgule

La mantisse doit être entre 1 et 10

Notation scientifique vers notation décimale

Petit nombre (exposant négatif)
 $4,32 \times 10^{-4} = 0,000\,432$

4 représente le nombre de positions auxquelles la virgule doit être déplacée.

On déplace la virgule **vers la gauche** parce que l'exposant est **négatif**.

Grand nombre (exposant positif)
 $1,25 \times 10^6 = 1\,250\,000$

On déplace la virgule **vers la droite** parce que l'exposant est **positif**.

Plus d'Exemples :

$10000 = 1 \times 10^4$	$24327 = 2,4327 \times 10^4$
$1000 = 1 \times 10^3$	$7354 = 7,354 \times 10^3$
$100 = 1 \times 10^2$	$482 = 4,82 \times 10^2$
$10 = 1 \times 10^1$	$89 = 8,9 \times 10^1$ (pas fait en général)
$1 = 10^0$	
$1/10 = 0,1 = 1 \times 10^{-1}$	$0.32 = 3,2 \times 10^{-1}$ (pas fait en général)
$1/100 = 0,01 = 1 \times 10^{-2}$	$0.053 = 5,3 \times 10^{-2}$
$1/1000 = 0,001 = 1 \times 10^{-3}$	$0.0078 = 7,8 \times 10^{-3}$
$1/10000 = 0,0001 = 1 \times 10^{-4}$	$0.00044 = 4,4 \times 10^{-4}$

Règles:

L'exposant de la base 10 représente le nombre de positions que la virgule doit être déplacée.

Très grand nombre :

Si l'on déplace la virgule de n unités vers la gauche, il faut multiplier par 10^n

Très petit nombre :

Si l'on déplace la virgule de n unités vers la droite, il faut multiplier par 10^{-n}

Essayer:

A. Convertir en Notation Scientifique:

- 623 400
- 24 000 000
- 0.000637
- 0.00000032645

$$\begin{array}{l} 6,234 \times 10^5 \\ 2,4 \times 10^7 \\ 6,37 \times 10^{-4} \\ 3,2645 \times 10^{-7} \end{array}$$

B. Convertir en Notation Décimal

- $5,78 \times 10^4$
- $2,46 \times 10^2$
- $7,4 \times 10^{-3}$
- $0,33 \times 10^{-1}$
- $2,2 \times 10^3$
- $9,4 \times 10^{-5}$

$$\begin{array}{l} 57\,800 \\ 246 \\ -0,0074 \\ 0,33 \\ 2\,200 \\ 0,000\,094 \end{array}$$

C. Exprime en notation scientifique:

- | | | | | |
|----------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|--|------------------------------------|
| a) 0,032
$3,2 \times 10^{-2}$ | b) 0,000 043
$4,3 \times 10^{-5}$ | c) 0,19
$1,9 \times 10^{-1}$ | d) 0,000 000 087
$8,7 \times 10^{-8}$ | e) 0,004 6
$4,6 \times 10^{-3}$ |
| f) 1 300
$1,3 \times 10^3$ | g) 459 000
$4,59 \times 10^5$ | h) 1 340 000
$1,34 \times 10^6$ | i) 999 995 000 000
$9,99995 \times 10^{11}$ | j) 26
$2,6 \times 10^1$ |

Multiplication et division de nombres en notation scientifique

La Méthode :

1. Multiplier ou diviser les 1^{er} facteurs ensemble et les 2^e facteurs ensemble.
2. Exprimer le résultat en notation scientifique, au besoin.

Exemple 1 : Effectue l'opération suivante et exprime ton résultat en notation scientifique.

$$2,9 \times 10^{15} \times 8,1 \times 10^{-3}$$

1. Multiplier les 1^{er} facteurs ensemble et les 2^e facteurs ensemble.

$$\begin{aligned} & 2,9 \times 10^{15} \times 8,1 \times 10^{-3} \\ &= (2,9 \times 8,1) \times (10^{15} \times 10^{-3}) \\ &= 23,49 \times 10^{15-3} \\ &= 23,49 \times 10^{12} \end{aligned}$$

2. Exprimer le résultat en notation scientifique, au besoin.

Comme le premier facteur du résultat n'est pas inclus entre 1 inclusivement et 10 exclusivement, on doit effectuer les changements suivants pour obtenir une réponse en notation scientifique.

$$\begin{array}{ccc} 23,49 \times 10^{12} & & \\ \downarrow \begin{array}{|c|} \hline \div 10 \\ \hline \end{array} & \downarrow \begin{array}{|c|} \hline \times 10 \\ \hline \end{array} & \\ 2,349 \times 10^{13} & & \end{array}$$

Exemple 2 : Effectue l'opération suivante et exprime ton résultat en notation scientifique.

$$\frac{7,8 \times 10^{-2}}{1,5 \times 10^{-8}}$$

1. Diviser les 1^{er} facteurs ensemble et les 2^e facteurs ensemble.

$$\begin{aligned} \frac{7,8 \times 10^{-2}}{1,5 \times 10^{-8}} &= \frac{7,8}{1,5} \times \frac{10^{-2}}{10^{-8}} \\ &= 5,2 \times 10^{-2-8} \\ &= 5,2 \times 10^{-6} \end{aligned}$$

2. Exprimer le résultat en notation scientifique, au besoin.

Comme le 1^{er} facteur du résultat est compris entre 1 inclusivement et 10 exclusivement, il est déjà en notation scientifique. Il n'y a pas de changement à faire. La réponse est donc:

$$5,2 \times 10^{-6}$$

Simplifie

a) $(3 \times 10^7) \times (4 \times 10^8)$

$$(3)(4) \times (10^7)(10^8) \\ = 12 \times 10^{15}$$

b) $(1,4 \times 10^{10}) \times (3,7 \times 10^{14})$

$$(1,4)(3,7) \times (10^{10})(10^{14}) \\ = 5,18 \times 10^{24}$$

c) $(3 \times 10^7) \times (4 \times 10^8)$

$$12 \times 10^{15}$$

d) $(3,6 \times 10^3) \times (5,9 \times 10^6)$

$$21,24 \times 10^9$$

e) $(1,2 \times 10^{13}) \times (4,7 \times 10^9)$

$$5,64 \times 10^{22}$$

f) $(4,1 \times 10^{26}) \times (3,2 \times 10^9)$

$$13,12 \times 10^{35}$$

3. Simplifie

a) $\frac{8 \times 10^{10}}{2 \times 10^8}$

$$4 \times 10^2$$

b) $\frac{4,5 \times 10^8}{9 \times 10^4}$

$$0,5 \times 10^4$$

c) $\frac{8,43 \times 10^{13}}{3,7 \times 10^7}$

$$2,3 \times 10^5$$

↑
arrondir à 10^5 place
parce que
3,7 est à 10^5 place

d) $\frac{6,5 \times 10^{-7}}{4,9 \times 10^{-4}}$

$$1,3 \times 10^{-3}$$

$$(-7 - (-4)) \\ = -7 + 4$$

e) $\frac{(9,1 \times 10^6)(5,3 \times 10^3)}{3,5 \times 10^{-3}}$

$$(45,5) \times 10^9$$

$$3,5 \times 10^{-3}$$

$$= 13 \times 10^{12}$$

$$(9 - (-3)) = 9 + 3$$

f) $\frac{(2,4 \times 10^8)(3,7 \times 10^{-5})}{9,6 \times 10^7}$

$$9,36 \times 10^3$$

$$9,6 \times 10^7$$

$$= 0,975 \times 10^{-4}$$